



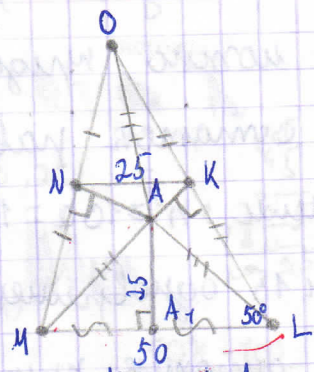
10-02

75.

АДМИНИСТРАЦИЯ
КРАСНОАРМЕЙСКОГО
МУНИЦИПАЛЬНОГО РАЙОНА
ПРИМОРСКОГО КРАЯ
УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЕМ
692171, ул. Советская, 74, с. Новопокровка,
телефон: 21-3-50, факс: 21-3-49
yokrasakmr@mail.ru

всего: 355.

№5. Проведите стороны
MN и KL трапеции до
пересечения в т. O.



Тогда NK средняя
линия $\triangle MOL$ ($NK =$
 $= \frac{1}{2} ML$, $NK \parallel ML$). Значит NA и KA средин-

ные перпендикуляры, и AA_1 , соответственно, тоже, поскольку се-
рединные перпендикуляры любого треугольника пересекаются в
одной точке, примем эту точку - центр описанной окружности
треугольника. Тогда $\triangle MAA_1$ равнобедренный с прямым углом MA_1A , т.е.
 $\angle AMA_1 = (180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$. $\angle MAO$ и $\angle MLO$ опираются на одну дугу, при-
чем $\angle MAO$ центральный $\Rightarrow \angle MAO = 2\angle MLO = 100^\circ$. П.к. $AM = AO$ как ра-
диусы, то $\angle AMO = (180 - 100) : 2 = 40^\circ$. Отсюда как обычно $\angle NML =$
 $= \angle AMA_1 + \angle AMO = 40^\circ + 45^\circ = 85^\circ$

№3

$$\begin{cases} xy + zt = -1 \\ xz + yt = -1 \\ xt + yz = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} xy - yt + zt - xz = -1 - (-1) \\ xt + yz = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y(x-t) - z(x-t) = 0 \\ xt + yz = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-z)(x-t) = 0 \\ xt + yz = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-t=0 & \text{или} & y-z=0 \\ x=t & \text{или} & y=z \end{cases}$$

Пусть $x=t$, тогда система примет вид:

$$\begin{cases} ty + tz = -1 \\ tz + ty = -1 \\ t^2 + yz = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} t(y+z) = -1 \\ t(y+z) = -1 \\ t^2 + yz = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=1 & \text{и} & y+z=-1 & \text{или} & t=-1 & \text{и} & y+z=1. \\ \text{Пусть} & t=1 & \text{и} & y+z=-1, & y=z=-1. \\ \text{Тогда решим уравнение} & t^2 + yz = -1. \end{cases}$$

$$1^2 + z(z+1) = -1, \quad -z(z+1) = -2, \quad z(z+1) \geq 2 \Rightarrow z \geq 2 \text{ и } xzyzt = 1.$$

Теперь пусть $t=-1$ и $y+z=1$, $y=1-z$. Решим уравнение:

$$(-1)^2 + z(\frac{1-z}{-1}) = -1, \quad z(1-z) = -2 \Rightarrow z \geq 2 \text{ и } xzyzt = -1. \text{ Поскольку все}$$

переменные входят парно одинаково, то аналогично можно

найти остальные решения. Ответ: $x=2$ и $yzzt=-1$, $y=2$ и $xzzt=-1$,
 $z=2$ и $xzyzt=-1$, $t=2$ и $xzyzt=-1$, $x=-2$ и $yzzt=1$, $y=-2$ и $xzzt=1$,

$z = -2$ и $x = y = t = 1$, $z = -2$ и $x = y = z = 1$.

№2 n можно представить как $n = 9a + b$ или $n = 14c + d$. По условию остаток равен неполному частному ($a = b, c = d$), тогда получим $n = 10a = 15c$. Если нужно найти все числа кратные 10 и 15 одновременно, но не больше 71, ведь у остальных чисел остаток при делении на 9 будет точно больше частного. Если подойдут числа вида $30k : 10, 15$. Таких чисел всего два: $n = 30, n = 60$.

№1 Пусть x начальная производительность экскаватора, а $\frac{1}{x-5}$ — после вынута 20 м^3 . Составим уравнение:

$$\frac{20}{x} + \frac{30}{x-5} = 8, \quad \frac{20(x-5) + 30x}{x(x-5)} = 8, \quad \frac{20x - 100 + 30x}{x(x-5)} = 8,$$

$$\frac{50x - 100}{x^2 - 5x} = 8, \quad 8x^2 - 40x = 50x - 100, \quad 8x^2 - 90x + 100 = 0 \quad | :2$$

$$4x^2 - 45x + 50 = 0$$

$$D = 45^2 - 4 \cdot 4 \cdot 50 = 1225$$

$$x_{1,2} = \frac{45 \pm 35}{8}$$

$$x_1 = 10$$

$x_2 = 12,5$ не подходит (имеем $x - 5 < 0$, человек не может быть)

Ответ: 10

№4. Женя может обеспечить себе победу, сравняв свободный член с нулем (это он тоже может сделать, т.к. $54 : 2$). Рассмотрим k -й ход, где свободный член уже равен нулю. На этом ходу квадратный трёхчлен примет вид $x^2 + vx$ (где $v \in \mathbb{Z}$) и будет иметь хотя бы один корень $x = 0$.